الجمهورية العربية السورية

جامعة دمشق – كلية الاقتصاد

قسم الدراسات العليا

ماجستير إدارة أعمال ٢٠٠٨ – ٢٠٠٩

البرمجة الديناميكية

إعداد الطالب :

مصطفى سلعس

إشراف :

أ.د جمال اليوسف

الفهرس:

مقدمة:

البرمجة الديناميكية هي أسلوب رياضي وضع لرفع قدرة البحث عن الحل الأمثل للعديد من المسائل الكبيرة الحجم عن طريق تجزئتها إلى مسائل جزئية (أو تتابعيه) اصغر حجما وبالتالي اقل صعوبة، تعمل على إيجاد حل لكل جزء من أجزاء المسألة الأصلية،ويتم الحصول على الحل الأمثل للمسألة الأصلية عند إيجاد الحلول للمراحل الجزئية.

وتعتمد البرمجة الديناميكية في حل المسائل التي تمتد لفترة زمنية طويلة عن طريق تجزئة الزمن لأجزاء ثابتة واعتبار كل جزء مرحلة.ويجب تسمية البرمجة الديناميكية باسم أكثر دقة يعكس طبيعتها وطبيعة عمليات البحث فيها عن الحل الأمثل والتي تتم على مراحل،هذه التسمية هي البرمجة متعددة المراحل.

توجد عدة أساليب لحل مسائل البرمجة الديناميكية ،وكلها تؤدي إلى نفس النتائج ،ومن هذه الأساليب:

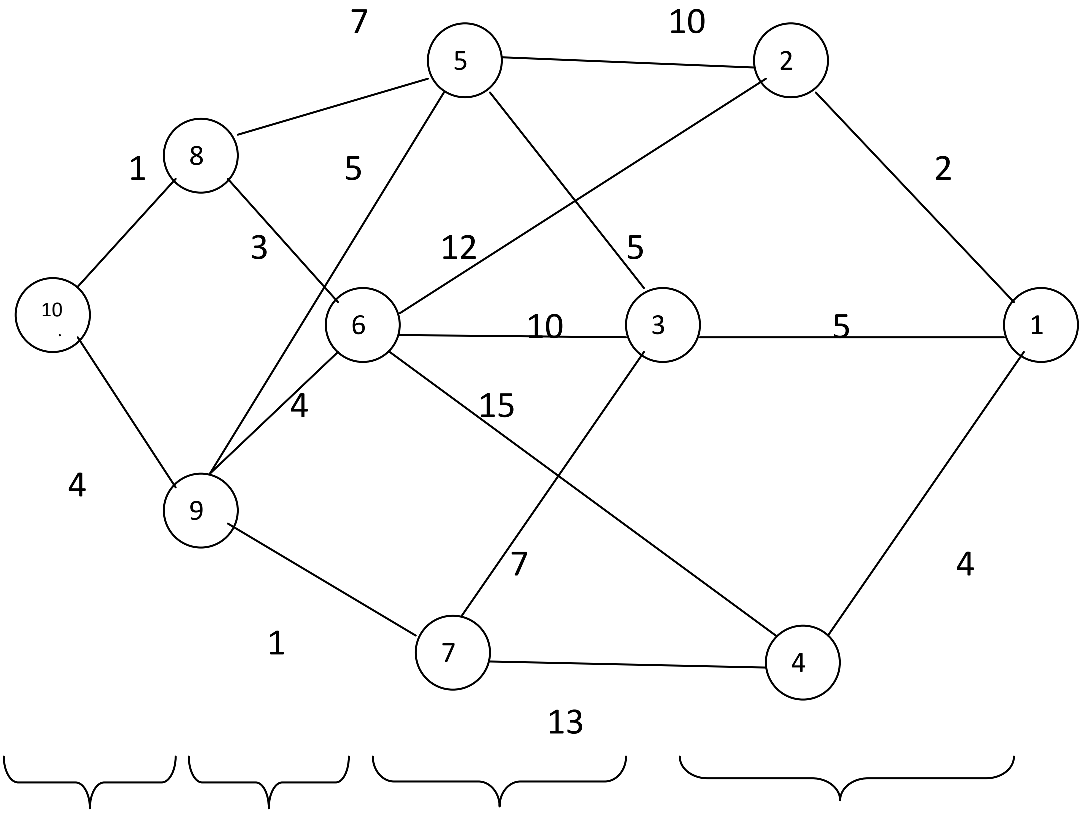
- الأسلوب الشبكي
- الأسلوب الجدولي

الأسلوب الشبكي:

وفق هذا الأسلوب يوضع مخطط شبكي للمسألة الأصلية يبين الارتباطات كافة بين جميع نقاطها (أجزائها) ثم تقسم المسالة حسب طبيعتها إلى عدد مناسب من المسائل الجزئية التي يتم حل كل منها وكأنها مسالة مستقلة وتصاغ هذه المسائل وحلولها بشكل مناسب لمتابعة الحل في المرحلة التالية دون الحاجة إلى اختبار الحلول السابقة.

مثال:

قرر السيد M أن ينتقل من مدينته A إلى مدينة أخرى B،ويوجد بين هاتين المدينتين وعلى طرق مختلفة العديد من المدن المترابطة مع بعضها بشبكة طرق،كما تبين الخارطة الأبعاد الفاصلة فيما بينها على تلك الطرق، وعليه اختيار المسار الأمثل للانتقال من A إلى B.



المرحلة٤ المرحلة٣ المرحلة٢ المرحلة١

نقوم كما هو موضح بالشكل بتقسيم المسألة إلى مراحل ثم نقوم بحساب الحل الأمثل عن طريق استخدام خوارزمية الإياب وإيجاد أقصر مسافة تفصل النقاط في كل مرحلة باستخدام القانون التالي:

$$F_j\,(S)=\mathrm{Min}\{d_{st}+F_{j+1}(t)\}$$

حيث: s نقطة الانطلاق لكل مرحلة.

t نقطة الوصول لكل مرحلة.

J =١،٢،٣،٤ وتمثل المرحلة.

Dst: المسافة بين نقطة الانطلاق والوصول .

F_j (s) طول المسار الواصل إلى نهاية المسار انطلاقا من النقطة s في المرحلة j .

الأسلوب الجدولي:

ننشئ جدولا لكل مرحلة ويحتوي على :

- عمود أيسر يحتوي على نقاط الانطلاق s .
- سطر علوي يحتوي على نقاط الوصول t .
- عمود قبل الأخير يحتوي على طول المسار الأمثل من s إلى t .
- العمود الأخير يحتوي على نقاط الوصول المثلى والتي تحقق اقصر مسافة.

t \ s	نقاط الوصول	F*s	T*j
نقاط الانطلاق			

ومن بعض التطبيقات على البرمجة الديناميكية هنالك قضايا مثل: توزيع الكتل الاستثمارية وشحن البضائع والموثوقية وتخطيط حجم اليد العاملة.

وسوف أعرض قضيتي الموثوقية و تخطيط حجم اليد العاملة.

الموثوقية:

تستخدم مسائل الأجهزة الالكترونية في هذه القضية وهي تتألف من عدة قطع والغاية منها هي الوصول إلى عدد القطع الأعظمي الذي يجعل احتمال عدم تعطل الجهاز أعظميا في حدود تكلفة معينة.

مثال: جهاز الكتروني يتشكل من أربعة أجزاء أساسية، عطل أي جزء يعطل الجهاز بكامله، احتمال عدم تعطل الجهاز يمكن أن يزداد عن طريق وضع قطع احتياط من بعض أو كافة الأجزاء الأربعة الأساسية، تركيب الجهاز يسمح باستخدام قطعتين احتياطيتين من كل نوع (يصبح المجموع من كل نوع ثلاث قطع)، السعر الإجمالي للجهاز يجب أن لا يزيد عن ٢٠ وحدة نقد، المعطيات عن احتمال عدم تعطل الجهاز وكلفته معطاة في الجدول التالي، والمطلوب:

تحديد عدد القطع K_j في الجزء j الذي يجعل احتمال عدم تعطل الجهاز أعظميا وكلفته لا تتجاوز التكلفة المحددة ب ٢٠ وحدة نقد.

k_j	J=1		J=2		J=3		J=4	
	c	p	c	p	c	p	c	p
1	2	0.7	3	0.6	4	0.8	3	0.5
2	3	0.8	5	0.8	5	0.9	5	0.7
3	4	0.9	7	0.9	6	0.95	6	0.85

القانون المستخدم باستخدام طريقة الإياب هو:

$$F_j (y_j) = \max \{P_j (K_j) * F_{j+1} (y_j - c_j k_j)$$

$$Y_j >= c_j k_j$$

حيث: $F_j (y_j)$: أعظم احتمال لعدم تعطل الجهاز في المرحلة j .

J : المرحلة.

Y_j : المبلغ المخصص للمرحلة j .

$P_j(k_j)$: احتمال عدم تعطل البديل في المرحلة j .

K_j :البديل في المرحلة j وهو عدد القطع.

F_{j+1} :أعظم احتمال لعدم تعطل الجهاز في المرحلة اللاحقة ل j .

C_jk_j :كلفة البديل في المرحلة j .

أما قيم Y_J فتتحدد على النحو التالي:

حتى لا يتعطل الجهاز يجب أن يحتوي كل جزء على قطعة واحدة على الأقل.

Y_4 :تمثل المبلغ المخصص للمرحلة الرابعة،فيجب أن يتساوى على الأقل مع ثمن قطعة من النوع الرابع وأكبر قيمة له تساوي كامل المبلغ المخصص للجهاز مطروحا منه ثمن قطعة من كل من الأنواع الثلاثة الأخرى.

Y_3 :تمثل المبلغ المخصص للمرحلتين الثالثة والرابعة،فيجب أن يتساوى على الأقل مع ثمن قطعة وحيدة من النوع الرابع والثالث وأكبر قيمة له هو كامل المبلغ المخصص للجهاز مطروحا منه قيمة قطعة من النوع الأول والثاني. وهكذا لباقي قيم Y_J .فنحصل على المتراجحات التالية:

$$11 >= Y_4 >= 3$$

$$15 >= Y_3 >= 7$$

$$18 >= Y_2 >= 10$$

$$20 >= Y_1 >= 12$$

نضيف في جميع مراحل الحل عمود يسمى $Y`_J$ ماعدا المرحلتين الأولى و الأخيرة ويستخرج من العلاقة التالية: $Y`_J = Y_J - \text{Min}\{y_{j+1}\}$

وذلك لأن حساب التكلفة يتم على أساس $y`_J$ وليس على أساس y_J .

<u>المرحلة الرابعة</u> $j=4$:

$$F_4(y_4) = \text{Max}\ \{\ p_4(k_4)*F_5(y_4-c_4k_4)\ \}$$

K4 / Y4	1	2	3	F4*(y4)	K4*
	C=3 p=0.5	C=5 p=0.7	C=6 p=0.85		
3	0.5*1=0.5	____	____	0.5	1
4	0.5*1=0.5	____	____	0.5	1
5	0.5*1=0.5	0.7*1=0.7	____	0.7	2
6	0.5*1=0.5	0.7*1=0.7	0.85*1=0.85	0.85	3
7	0.5*1=0.5	0.7*1=0.7	0.85*1=0.85	0.85	3
8	0.5*1=0.5	0.7*1=0.7	0.85*1=0.85	0.85	3
9	0.5*1=0.5	0.7*1=0.7	0.85*1=0.85	0.85	3
10	0.5*1=0.5	0.7*1=0.7	0.85*1=0.85	0.85	3
11	0.5*1=0.5	0.7*1=0.7	0.85*1=0.85	0.85	3

المرحلة الثالثة $j=3$:

$$F_3(y_3) = Max \{ p_3(k_3)*F_4 (y_3-c_3k_3) \}$$

Y`3	K3 / Y3	1	2	3	$F_3*(y_3)$	K_3*
		C=4 p=0.8	C=5 p=0.9	C=6 p=0.95		
4	7	0.8*0.5=0.4	_____	______	0.4	1
5	8	0.8*0.5=0.4	0.9*0. 5=0.45	______	0.45	2
6	9	0.8*0.7=0.56	0.9*0. 5=0.45	0.95*0.5=0.475	0.56	1
7	10	0.8*0.85=0.68	0.9*0. 7=0.63	0.95*0.5=0.475	0.68	1
8	11	0.8*0.85=0.68	0.9*0.85=0.765	0.95*0.7=0.66	0.765	2
9	12	0.8*0.85=0.68	0.9*0.85=0.765	0.95*0.85=0.808	0.8075	3
10	13	0.8*0.85=0.68	0.9*0.85=0.765	0.95*0.85=0.808	0.8075	3
11	14	0.8*0.85=0.68	0.9*0.85=0.765	0.95*0.85=0.808	0.8075	3
12	15	0.8*0.85=0.68	0.9*0.85=0.765	0.95*0.85=0.808	0.8075	3

المرحلة الثانية $j=2$:

$$F_2(y_2) = Max\ \{ p_2(k_2) * F_3(y_2-c_2k_2) \}$$

Y`2	K2 / Y2	1	2	3	F2*(y2)	K2*
		C=3 p=0.6	C=5 p=0.8	C=7 p=0.9		
3	10	0.6*0.4=0.24	______	______	0.24	1
4	11	0.6*0.45=0.27	______	_______	0.27	1
5	12	0.6*0.56=0.336	0.8*0.4=0.32	_______	0.336	1
6	13	0.6*0.68=0.408	0.8*0.45=0.36	_______	0.408	1
7	14	0.6*0.765=0.459	0.8*0.56=0.448	0.9*0.4=0.36	0.459	1
8	15	0.6*0.8075=0.484	0.8*0.68=0.544	0.9*0.45=0.405	0.544	2
9	16	0.6*0.8075=0.484	0.8*0.765=0.612	0.9*0.56=0.504	0.612	2
10	17	0.6*0.8075=0.484	0.8*0.8075=0.616	0.9*0.68=0.612	0.616	2
11	18	0.6*0.8075=0.484	0.8*0.8075=0.616	0.9*0.765=0.688	0.6885	3

المرحلة الأولى $j=1$:

$$F_1(y_1) = Max \{ p_1(k_1) * F_2(y_1 - c_1 k_1) \}$$

K1 / Y1	1	2	3	$F_4^*(y_4)$	K_4^*
	C=2 p=0.7	C=3 p=0.8	C=7 p=0.9		
20	0.7*0.6885=0.481	0.8*0.646=0.5168	0.9*0.6812=0.5508	0.5508	3

المرحلة الأولى			المرحلة الثانية			المرحلة الثالثة			المرحلة الرابعة		
Y1	K1	C1	Y2	K2	C2	Y3	K3	C3	Y4	K4	C4
20	3	4	16	2	5	11	2	5	6	3	6

الحل الأمثل: 0.5508 وهو أعظم احتمال لعدم تعطل الجهاز.

تخطيط حجم اليد العاملة:

تهدف هذه الطريقة إلى تخطيط حجم اليد العاملة في نشاط اقتصادي محدد المعالم للوصول إلى عدد العمال الأمثل وبالتكلفة الدنيا، حيث يتم موازنة عدد العمال خلال كل مرحلة عن طريق تسريح العمال أو توظيفهم أو إبقائهم عاطلين عن العمل ولكل حالة تكلفة مختلفة عن الأخرى.

مثال: يطلب وضع خطة تنظم عدد العمال في الأسابيع القادمة حيث يقدر العدد (bi) خلال الأسابيع الستة القادمة ب 9,7,10,13,11,12 للأسابيع 1,2,3,4,5,6 على الترتيب.يمكن موازنة عدد العمال خلال الأسبوع عن طريق التسريح أو التوظيف أو إبقائهم عاطلين عن العمل،والمطلوب:

وضع خطة تنظم عدد العمال خلال الأسابيع الستة إذا علمت أن عدد العمال في الفترة $Y_0=10$.

مع العلم أن : $c_1=5$, $q_1=3$, $c_2=2$, $c_3=4$.

نستخدم القانون التالي ووفقا لطريقة الإياب:

$$F_j(y_{j-1})=\text{Min}\ \{\ [c_1+q_1(y_j-y_{j-1})] + [c_2(y_{j-1}-y_j)] + [c_3(y_j-b_j)] + F_{j+1}(y_j)\ \}$$

$$Y_j>Y_{j-1} \qquad\qquad Y_{j-1}>Y_j \qquad\qquad Y_j>b_j$$

$c_1=0$ عندما $Y_{j-1}>=Y_j$

حيث:

$F_j(y_{j-1})$:اقل عدد ممكن من العمال في المرحلة j .

(y_{j-1}) :عدد العمال الموجودين في نهاية المرحلة $(j-1)$ وبداية المرحلة j .

$c1$:تكلفة التوظيف الثابتة.

$q1$:تكلفة التوظيف المتغيرة.

Y_j :عدد العمال المتواجدين في المرحلة j .

c_2 :تكلفة التسريح الثابتة.

C_3: تكلفة العاطل عن العمل.

B_j :عدد العمال اللازمين للمرحلة j .

نقوم بتحديد مجال المتغيرات y_j ويتوجب جعل y_6 مساوية للحد الأدنى من عدد العمال المطلوب في المرحلة ٦ وهو ١٢ عامل.من جهة اخرى بما ان $b_5<b_6$ لأن $11<12$ متخذ القرار يمكن ان ينظر الى الحالة $y_5=11,12$ عند البحث عن الخطة البديلة ذات التكلفة الدميا ،بذات النقاش المنطقي نحصل على :

$Y_0=10$

$Y_1=9,10,11,12,13$

$Y_2=7,8,9,10,11,12,13$

$Y_3=10,11,12,13$

$Y_4=13$

$Y_5=11,12$

$Y_6=12$

المرحلة السادسة :

$$F_6(y_5) = \text{Min}\left\{ [5+3(y_6-y_5] + [2(y_5-y_6)\ ] + [4(y_6-12)] + F_7\,(y_6)\right\}$$

Y6 / Y5	12	F*6	Y*6
11	8+0+0+0=8	8	12
12	0+0+0+0=0	0	12

المرحلة الخامسة :

$$F_5(y_4) = \text{Min}\left\{ [5+3(y_5-y_4] + [2(y_4-y_5)\ ] + [4(y_5-11)] + F_6\,(y_5)\right\}$$

Y5 / Y4	11	12	F*5	Y*5
13	0+4+0+8=12	0+2+4+0=6	6	12

المرحلة الرابعة :

$$F_4(y_3) = \text{Min}\left\{ [5+3(y_4-y_3] + [2(y_3-y_4)\ ] + [4(y_4-13)] + F_5\,(y_4)\right\}$$

Y4 / Y3	13	F*4	Y*4
10	14+0+0+6=20	20	13
11	11+0+0+6=17	17	13
12	8+0+0+6=14	14	13
13	0+0+0+6=6	6	13

المرحلة الثالثة :

$$F_3(y_2) = \text{Min} \left\{ [5+3(y_3-y_2] + [2(y_2-y_3)\ ] + [4(y_3-10)] + F_4\ (y_3) \right\}$$

Y3 / Y2	10	11	12	13	F*3	Y*3
7	14+0+0+20=34	17+0+4+17=38	20+0+8+14=42	23+0+12+6=41	34	10
8	11+0+0+20=31	14+0+4+17=35	17+0+8+14=39	20+0+12+6=38	31	10
9	8+0+0+20=28	11+0+4+17=32	14+0+8+14=36	17+0+12+6=35	28	10
10	0+0+0+20=20	8+0+4+17=29	11+0+8+14=33	14+0+12+6=32	20	10
11	0+2+0+20=22	0+0+4+17=21	8+0+8+14=30	11+0+12+6=29	21	11
12	0+4+0+20=24	0+2+4+17=23	0+0+8+14=22	8+0+12+6=26	22	12
13	0+6+0+20=26	0+4+4+17=25	0+2+8+14=24	0+0+12+6=18	18	13

المرحلة الثانية :

$$F_2(y_1) = \text{Min} \left\{ [5+3(y_2-y_1] + [2(y_1-y_2)\ ] + [4(y_2-7)] + F_3\ (y_2) \right\}$$

Y2 / Y1	7	8	9	10	11	12	13	F*2	Y*2
9	0+4+0+34=38	0+2+4+31=37	0+0+8+28=36	8+0+12+20=40	11+0+16+21=48	14+0+20+22=56	17+0+24+18=59	36	9
10	0+6+0+34=40	0+4+4+31=39	0+2+8+28=38	0+0+12+20=32	8+0+16+21=45	11+0+20+22=53	14+0+24+18=56	32	10

11	0+8+0+34=42	0+6+4+31=41	0+4+8+28=40	0+2+12+20=34	0+0+16+21=37	8+0+20+22=50	11+0+24+18=53	34	10
12	0+10+0+34=44	0+8+4+31=43	0+6+8+28=42	0+4+12+20=36	0+2+16+21=39	0+0+20+22=42	8+0+24+18=50	36	10
13	0+12+0+34=46	0+10+4+31=45	0+8+8+28=44	0+6+12+20=38	0+4+16+21=41	0+2+20+22=44	0+0+24+18=42	38	10

المرحلة الأولى:

$$F_1(y_0) = \text{Min} \{ [5+3(y_1-y_0] + [2(y_0-y_1)] + [4(y_1-9)] + F_2 (y_1)\}$$

Y1 / Y0	9	10	11	12	13	F*1	Y*1
10	0+2+0+36=38	0+0+4+32=36	8+0+8+34=50	11+0+12+36=59	14+0+16+38=68	36	10

وبالتالي فان الكلفة المثلى لتخطيط حجم اليد العاملة = ٣٦ وحدة نقد.

وعدد العمال الأمثل في كل مرحلة هو:

Y1=10 , Y2=10 , Y3=10 , Y4=13 , Y5=12 , Y6=12

المراجع:

بقجه جي صباح الدين و اليوسف جمال، بحوث العمليات، منشورات جامعة دمشق، ٢٠٠٤–٢٠٠٥.

اليوسف جمال، محاضرات في بحوث العمليات، جامعة دمشق، ٢٠٠٦–٢٠٠٧.